京都大学学術情報リポジトリ
KURENAI 紅
Kyoto University Research Information Repository

京都大学
KYOTO UNIVERSITY

Title	2次元テープ・オートマトン及びセル・オートマトンによる図形認識とそのシミュレーション(オートマトン理論および言語理論の新展開)
Author(s)	森田, 憲一
Citation	数理解析研究所講究録 (1976), 270: 127-133
Issue Date	1976-04
URL	http://hdl.handle.net/2433/105905
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

Kyoto University

数理解析研究所講究録
270巻 1976年 127-133

2次元テープ・オートマトン及びセル・オートマトンによる図形認識とそのシミュレーション

阪大 基礎工　森田 憲一

1. はじめに

図形などの2次元情報を処理する機械のモデルとして，本稿では2次元テープ・オートマトンと2次元セル・オートマトンを考える。ここではミニ・コンピューターを用いてこのようなオートマトンのシミュレーターを作り，これを使って具体的な図形認識問題を幾つか行なわせてみた。

2次元テープ・オートマトンとセル・オートマトンの能力関係については，2次元線形有界オートマトン（又はarray-bounded automaton）とarray-bounded cellular spaceが等能力であることが既に知られている。しかしながら，個々の認識問題に対しては，直列処理と並列処理の各々の特質を生かした「能率のよい」アルゴリズムを見い出せる場合が多い。以下では長方形，正方形，連結図形，対称図形などの認識を考えるが，直列処理では，これらは2次元有限オート

マトン，マーカー・オートマトンで認識でき，補助記憶が不要かあるいは比較的少量で済むことがわかる．ところで，このような直列的な処理では，少くともテープの面積に比例した計算時間が必要なのに対し，セル・オートマトンでは，その並列処理動作をうまく用いることにより，空間の周囲の長さに比例した時間で認識できることが示される．

なお，以下では計算機シミュレーションの都合上，各オートマトンは決定性のものだけを扱うことにする．

2．2次元テープ・オートマトンによる図形認識

ここでは図形認識装置としての2次元有限オートマトンと2次元マーカー・オートマトンを考えるが，まずこれらに与える入力テープの形式を次のように定める．入力テープは図1のように碁盤目状に分割されたます目から成り，周辺部に特別な境界記号Bが書かれた長方形のテープである．境界記号内部の各ます目には，記号0又は1のどちらかが書かれるが，1の書かれているます目の集合を「図形」と呼ぶことにする．すなわち，記号1が図形の黒い部分，記号0が地の白い部分に相当する．

		C_1	C_2	·	·	·	C_m	
	B	B	B	B	B	B	B	B
T_1	B	0	0	0	0	0	0	B
T_2	B	0	1	1	0	0	1	B
·	B	0	0	1	1	1	0	B
·	B	0	1	1	1	0	0	B
·	B	0	0	0	0	1	0	B
T_n	B	0	0	0	0	0	0	B
	B	B	B	B	B	B	B	B

図1

2次元有限オートマトン（2-FSA）[1]

2-FSAは入力テープ上を動いて記号を読むことのできる入力ヘッドと有限制御部から成り，現在の内部状態とヘッドが読み取った記号により，次に遷移する状態とヘッドの移動方向（上,下,左,右）が決定される．2-FSAは，初期状態q_0で入力テープの左上の隅(r_1, c_1)から動作を開始するが，受理状態q_Aで再び(r_1, c_1)に戻って停止した時にのみ，その入力を受理したと言う．また2-FSAの入力ヘッドは境界記号Bの外部にははみ出さないものとする．

2次元マーカー・オートマトン（2-MA）[1]

2-MAは，2-FSAにある種の書き込み機能としてのマーカーを持たせたもので，テープ上の任意の位置に目印としてマーカーを置くことができる．このようなマーカーをk個持ったものをkマーカー・オートマトン（2-MA$_k$）と呼ぶ．入力テープの受理に関する定義は2-FSAと同様である．

2-FSA，2-MAにより認識される図形の例を以下に示す．

(1) 2-FSAによる長方形，正方形の認識[1]

境界に平行な辺を持つ，中味のつまった（あるいは枠だけの）長方形，正方形は，2-FSAにより認識される．

(2) 2-MA$_1$による連結図形の認識[1]

テープ上の２つのます目（r_i, c_j），（r_k, c_l）は，$|i-k|+|j-l|=1$ の時に隣接すると言い，テープ上の図形が連結であるとは，その図形の任意のます目から任意のます目へ，その図形上で隣接したます目をたどって行けることを言う．このような連結図形は 2-MA_1 で認識できる．

(3) 2-MA_2 による対称図形の認識[4]

入力図形が，ある縦軸に関して線対称な図形は 2-MA_2 によって認識できる．横軸あるいは点対称な図形も 2-MA_2 で認識できる．また，対称図形の認識は 2-MA_1 では不可能であることの証明も得られている．

3. セル・オートマトンによる図形認識問題

並列処理による図形認識モデルとして，次のようなセル・オートマトンのシステムを考える．（文献[2]の rectangular array-bounded cellular space とほぼ同様のものである．）

セル空間は碁盤目状に分割された長方形の（有限の）空間で，各セルの next state はそのセル及び Neumann 近傍のセルの状態によって定まる．セルの内部状態の集合には特別な内部状態 B, 0, 1, A が含まれている．入力図形はセル空間の initial configuration として与えられる．すなわち，（２次元テープ・オートマトンと同様）図１のように，周辺部にはセル

空間の境界を示すB状態のセルが置かれ，その内部のセルは0又は1のどちらかの状態をとり，1の状態のセルの集合を入力図形と呼ぶ．状態Bのセルは他の状態に遷移することはなく，逆に他の状態からBになることもない．セル空間の左上の隅(r_1, c_1)のセルを受理セルと呼ぶ．セルオートマトンは，入力図形として与えられたinitial configurationより動作を開始し，ある時刻で受理セルが状態A（これを受理状態と呼ぶ）になった時に限り，入力を受理したという．なお状態Aからは他の状態には移らない．

以下では，このようなセルオートマトンによる図形認識例を幾つか考えるが，これらの例では認識に要する時間がセル空間の縦と横の長さの線形倍* で認識されることが示される．

(1) 長方形の認識

セル空間の境界に平行な辺を持つ長方形は，図2のような部分（左上の頂点に対応する部分）を1個だけ含み，図3のような凹んだ部分を全く持たない，という条件をチェックすることにより認識できる．認識時間は$(m+n)+\varepsilon$

	0	
0	1	1
	1	

図2

0	1
1	1

1	0
1	1

1	1
0	1

1	1
1	0

図3

* セル空間の縦と横の長さをn, mとした場合，$k(n+m)$時間で認識できるとき，linear timeで認識できるという．（kは定数）

（εは定数）である．長方形が任意個あるような図形も図2のような部分を任意個含むことを許せば同様に認識できる．

(2) 正方形の認識

正方形の場合もまず図3のような部分を含まないことが必要条件である．さらに図4のように下側又は右側が0に接するような1のセルを0に変えて図形を縮小して行き，途中で図5のような状況が表われることなく図6のように孤立した1点になればよい．認識に要する時間は，この場合も $(m+n)+\varepsilon$ である．

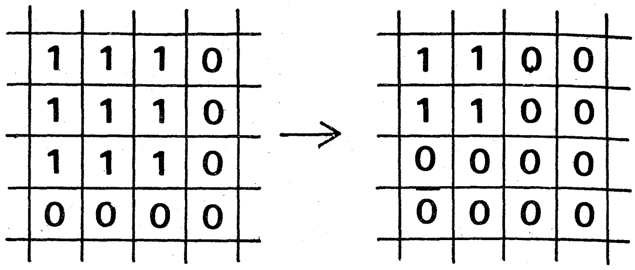


図4

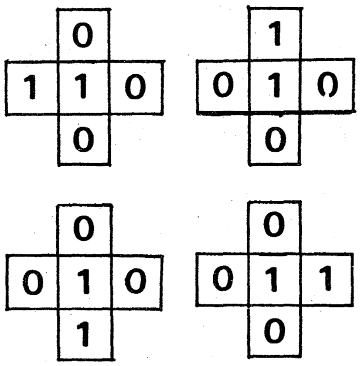


図5

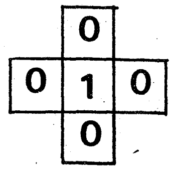
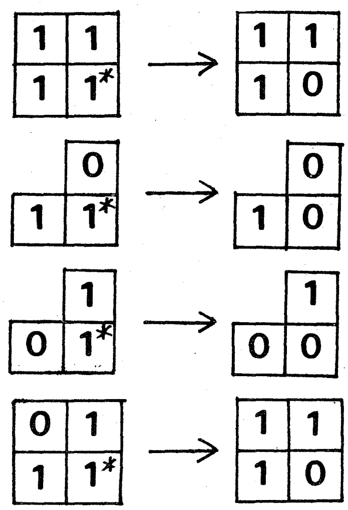


図6

(3) 連結図形の認識[3]

連結図形の認識の場合は，図7のように連結性を崩すことなく，右下方から図形を圧縮してゆき，最後に孤立した点が1個だけになればよい．ここではNeumann近傍を仮定しているので，1回の縮小操作には3ステップ必要である．従って認識時間は $3(n+m)+\varepsilon$ となる．



（但し，1*の右と下のセルの状態は0である）

図7

(4) 対称図形の認識

ある縦軸に関して線対称な図形の認識問題を考える．まず記号１を含む最も下の行の左端の１と右端の１を見つける．次に左端の１の場所から速度１と速度 $1/3$ のパルスを右方向へ同時に出す．速度１のパルスを右端の１で反射させ，速度 $1/3$ のパルスと衝突した所（２等分点）を対称軸の位置と仮定し，その位置を上の行にも伝えて行く．仮定した対称軸の位置から，その左方のセルの持つ入力図形の情報は右方へ，右方のセルの情報は左方へ順次移動させる信号を出し，仮定した対称軸から等距離にあるセルの持つ情報が一致しているか否かをこの位置で調べる．各行についてそれらがすべて一致している場合にのみ入力を受理する．認識時間は高々 $(\frac{11}{2}m+n)+\varepsilon$ である．

上記の例以外にも，セル空間が正方形とした時，一辺の長さが素数か否かを $3n$ 時間で判定するアルゴリズムも得られた．

参考文献

[1] M. Blum & Hewitt; Automata on a 2-dimensional tape, IEEE Symp. on switching and automata theory, 155-160 (1967)

[2] A.R.Smith III; Two-dimensional formal languages and pattern recognition by cellular automata, IEEE Symp. on switching and automata theory, 144-152 (1971)

[3] M.Minsky & S.Papert; Perceptrons, MIT Press (1969)

[4] 森田，梅尾，菅田，平尾；２次元テープ・オートマトンによる図形認識とそのシミュレーション，電子通信学会 技術研究報告 AL 75-25